ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА (САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ИНСТИТУТ ИНФОРМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ
Кафедра программных систем

А.В. Баландин

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ И СИСТЕМ

Учебное пособие

Самара
2026

Составитель: А.В Баландин

УДК 519.95:004.419.2

Баландин А.В. Моделирование информационных процессов и систем: Учеб. пособие/ Самарский ун-т. - Самара, 2026. 45с.

В учебном пособии представлены материалы курса лекций по моделированию информационных процессов и систем. Объектом дисциплины являются разрабатываемые или существующие информационные системы и реализуемые ими информационные процессы коммуникации, сбора и обработки данных. Предмет дисциплины составляют методы моделирования и средства анализа эксплуатационных характеристик информационных систем или процессов как абстрактных устройств работы с информацией.

Учебное пособие предназначено обучающимся направления 02.03.02 – Фундаментальная информатика и информационные технологии, изучающим дисциплину «Моделирование информационных процессов и систем».

Учебное пособие подготовлено на кафедре программных систем.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Самарского университета.

Рецензент д.т.н., профессор С.А. Прохоров

© Баландин А.В. 2026

Содержание

ВВЕДЕНИЕ **4**

НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ **8**

Адекватность модели *9*

Процесс моделирования 10

Семантическая модель 11

Схемы моделирования 12

АГРЕГАТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ **14**

Основные понятия агрегатного моделирования 14

Этапы агрегатного моделирования и анализа 15

Схема обобщённого моделирования простого агрегата 17

Анализ и интерпретация параметров простого агрегата 17

Классы параметров *17*

Интерпретация параметров *19*

Идентификация параметров 19

Формирование значений параметров 20

Зависимость параметров 21

Внутренние и внешние параметры 22

Управляемость параметров 22

Параметр времени 23

Модели времени *23*

Модель непрерывного времени 24

Модель реального времени 24

Модель виртуального времени 26

Виртуализация реального времени 27

Динамические и статические модели 28

Динамические параметры *28*

Статические параметры *28*

Константы *29*

Динамические и статические модели *29*

Нестационарная и стационарная динамическая модель *29*

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ОБОБЩЁННОЙ МОДЕЛИ ПРОСТОГО АГРЕГАТА **31**

Функциональная интерпретация отношений 34

Автоматная интерпретация отношений 35

Математические схемы 36

ФОРМЫ И ВИДЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С АГРЕГАТНОЙ МОДЕЛЬЮ **38**

Аналитическая форма 38

Численная форма 38

Эксперименты по валидации модели *39*

Эксперименты по калибровке модели *39*
Эксперименты по чувствительности *40*
Эксперименты по оптимизации *40*
Эксперименты по сценариям *40*
Эксперименты по масштабированию *40*
МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ **42**
Сложные системы 42
Агрегатное моделирование (U-схемы) 43
Агентное моделирование (A-схемы) 44
Гибридное моделирование 44

ВВЕДЕНИЕ

Создание любой *информационной системы*[1] (ИС) основано на использовании современных аппаратных и/или программных средств для эффективной реализации базовых информационных процессов[2]. Разработка информационных систем всегда осуществляется с учётом требований, которые явно или неявно предъявляют (или ожидают) будущие пользователи к её эксплуатационным характеристикам. Эксплуатационные характеристики информационных систем — это совокупность показателей, которые определяют эффективность, надёжность и удобство использования системы в процессе её эксплуатации. Основные эксплуатационные характеристики включают:

1. Производительность

– *Скорость обработки данных*: время, необходимое для выполнения операций (например, обработка запросов, выполнение транзакций).

– *Пропускная способность*: количество операций или данных, которые система может обработать за единицу времени.

---

[1]Международный стандарт ISO/IEC 2382: «*Информационная система* — система обработки информации, работающая совместно с организационными ресурсами, такими как люди, технические средства и финансовые ресурсы, которые обеспечивают и распределяют информацию».

Российский ГОСТ РВ 51987 определяет информационную систему как «автоматизированную систему, результатом функционирования которой является представление выходной информации для последующего использования»

[2] В соответствии с ГОСТ Р 53114-2008 (п. 3.1.8) – «*Информационный процесс* - процесс создания, сбора, обработки, накопления, хранения, поиска, распространения и использования информации».

– *Время отклика*: время, которое проходит с момента запроса до получения результата.

2. Надёжность

– *Устойчивость к сбоям*: способность системы продолжать работу при возникновении ошибок или сбоев.

– *Отказоустойчивость*: способность системы сохранять работоспособность при частичных отказах оборудования или программного обеспечения.

– *Время восстановления*: время, необходимое для восстановления системы после сбоя.

3. Доступность

– *Время безотказной работы*: процент времени, в течение которого система доступна для пользователей.

– *Плановое и внеплановое обслуживание*: как часто система требует остановки для обслуживания.

4. Масштабируемость

– *Горизонтальная масштабируемость*: возможность увеличения производительности за счёт добавления новых узлов или серверов.

– *Вертикальная масштабируемость*: возможность увеличения производительности за счёт улучшения существующих ресурсов (например, увеличение мощности сервера).

5. Экономическая эффективность

– *Стоимость владения*: общие затраты на приобретение, внедрение, эксплуатацию и поддержку системы.

– *Рентабельность инвестиций*: насколько эффективно система способствует достижению бизнес-целей.

При создании информационных систем крайне важно уметь априори оценивать правильность принимаемых проектных решений, влияющих на достижение в итоге ожидаемых эксплуатационных характеристик будущей ИС. Для разработчиков возникает парадоксальная ситуация, когда "систему надо

как-то делать", но какие в итоге у разработанной ИС будут характеристики очевидно существенно зависят от принимаемых структурных решений, а также от выбора технических и программных средств для реализации системы. Выход из этой ситуации находят в применении концепции «*эволюционного прототипирования*», разрабатываемой ИС.

В основе концепции эволюционного прототипирования лежит идея априорного анализа эксплуатационных характеристик проектных решений на эволюционирующей модели (прототипе) создаваемой ИС. Эволюционирование модели ИС может начинаться с её сугубо формального представления с помощью формальных языков моделирования (например, UML), и переходить в последовательно масштабируемый, модифицируемый и периодически тестируемый и оцениваемый натурный макет системы, который поэтапно приближается к своему окончательному реальному виду. Такой подход невозможен без применения моделей, которые бы имитировали структуру и работу всей системы, или её отдельных ещё не реализованных частей, позволяя априори оценивать эксплуатационные характеристики, и в итоге - оптимизировать как структуру ИС в целом, так и реализуемые в ней информационные процессы в отдельности. Прототипирование позволяет начинать анализ характеристик на самых ранних стадиях разработки ИС и продолжается в течение всего периода разработки. Эволюционное прототипирование является сложным, но пожалуй, единственным надёжным способом разработки ИС с априорным анализом эксплуатационных характеристик.

При прототипировании разрабатываемых разнообразных информационных систем в качестве моделируемых элементов ИС могут выступать различные объекты: физические, технические, программные, социальные, организационные и др. Это означает, что для моделирования компонентов ИС и её окружения может потребоваться широкий ряд формальных методов и прикладных средств моделирования и анализа различных характеристик на моделях. Существуют специализированные прикладные методы и средства ориентированные на моделирование компонентов ИС, оказывающих существенное влияние на

характеристики информационных систем, например, моделирование сетей передачи данных или вычислительных комплексов. Однако важно отметить, что все они базируются на фундаментальных теоретических основах моделирования систем и методах анализа их характеристик. Данный курс посвящён изучению теории моделирования систем, средств реализации и исследования характеристик моделей, которые могут быть использованы для моделирования компонентов прототипа разрабатываемой информационной системы и анализа её эксплуатационных характеристик.

Объектом дисциплины являются разрабатываемые или эксплуатируемые информационные системы или процессы, рассматриваемые как *абстрактные устройства* работы с информацией.

Предметом дисциплины являются *формальные методы и средства*, применяемые для моделирования информационных систем или процессов с целью анализа их эксплуатационных характеристик.

Целью курса является изучение формальных схем моделирования и современных средств исследования на моделях эксплуатационных характеристик информационных систем или процессов.

Дисциплина способствует формированию компетенций применения формальных методов и средств моделирования компонентов прототипа разрабатываемой информационной системы для априорного анализа её эксплуатационных характеристик.

Задачами курса являются изучение теоретических основ методов построения формальных моделей информационных систем и её компонентов, а также освоение и практическое применение средств реализации моделей для анализа и оценки эксплуатационных характеристик разрабатываемой ИС.

НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Фундаментальным понятием научного моделирования является понятие *аналогии* или *подобия*, т.е. эквивалентность двух разных сущностей (объектов, предметов) по некоторым выделенным общим свойствам и/или поведениям (т.е. аналогичные характеристики разных сущностей). Относительно таких выделенных свойств рассматриваемые сущности называются *подобными* или *аналогами* и являются взаимозаменяемыми.

Аналогия между объектами может быть выражена качественно или количественно. Установление между разными сущностями качественной аналогии основывается на субъективных показателях, которые нельзя выразить количественно: *удобство*, *красота*, *схожесть* и т.п., например, два разных по виду кресла могут быть качественно одинаково удобными и красивыми. Количественная аналогия, в отличие от качественной, выражается в *физическом*, *математическом* или *виртуальном* (поведенческом) подобии.

Физическое подобие разных материальных объектов выражается в проявлении у них на практике одинаковых физических свойств, и благодаря этому они могут практически заменять друг друга в физических процессах. Например, два разных предмета с одинаковой массой имеют подобные поведения под действием одинаково приложенных к их центрам масс сил. Из этого следует, например, что любой из таких предметов можно использовать в качестве гири для взвешивания на весах.

Математическое подобие разных объектов устанавливается, когда их характеристики одинаково описываются математически (представляются переменными, функциями, уравнениями и т.п) и их математические модели являются подобными. Например, причиной подобия физических колебаний механического маятника и электрического колебательного контура является то, что в обоих случаях их процесс колебания математически описывается дифференциальным уравнением второго порядка, что делает их объектами класса

гармонических осцилляторов, где под осциллятором понимается абстрактная колебательная система.

Виртуальное подобие (имитация поведения) занимает промежуточное положение между физическим и математическим подобием. Оно основывается на моделировании структуры и поведения реального или гипотетического объекта, используя численные методы и компьютерные средства. Используя компьютер, соответствующие программные и технические средства, моделируются предметы виртуального мира, свойства и поведение которых аналогичны соответствующим реальным объектам (например, виртуальная шахматная доска с фигурами, изображённая на экране монитора, используется для игры так же, как реальные шахматы). И наоборот, при проектировании новых изделий виртуальный аналог может изображаться в «натуральном» виде прежде, чем он будет реально реализован физически, например, на 3D-принтере. Или процессная структура сложной ИС может быть первоначально разработана как прототип, в котором поведенческое подобие процессов выражается в том, что вызываемые при выполнении процессов многочисленные прикладные функции заменяются программными "заглушками", имитирующими с помощью циклов время выполнения функции, и "правдоподобный" выходной результат вызова функции. При этом основное внимание при разработке прототипа уделяется функциональной структуре, организации и отладке взаимодействия процессов, а также пользовательскому интерфейсу. И только после отладки прототипа программируются прикладные функции, заменяющие в итоге программные заглушки.

Адекватность модели

Под адекватностью модели понимается степень её соответствия оригиналу с позиции целей практического использования. Характеристики модели ассоциируются с характеристиками оригинала лишь в той части, которая связана с целью исследования или проектирования. Чем полнее и точнее с точки зрении поставленной цели учтены и отражены в модели *необходимые* свойства или

поведения предмета моделирования, тем *адекватнее* модель оригиналу с точки зрения цели исследования. Но одновременно с повышением адекватности растёт и сложность модели. Сложность модели может стать препятствием для эффективного применения формальных методов анализа значений исследуемых характеристик. Например, поиск решения полученной в качестве модели "избыточной" системы дифференциальных уравнений может потребовать чрезмерных затрат времени и средств, и оказаться практически "бесполезной". А вот её освобождение от несущественных деталей и разумное упрощение может в итоге позволить получить даже аналитическое решение, а в результате - возможность выявить и проанализировать на его основе важные общие закономерности, связанные с анализом характеристик. Поэтому при моделировании необходимо уметь находить разумный компромисс между стремлением получить "максимально" адекватную модель и возможностью её практического применения.

Процесс моделирования

Цель моделирования – замена оригинала «удобным» для анализа свойств и/или поведений предмета моделирования аналогом (прототипом) – «моделью».

Модель – формальный или виртуальный аналог M_S предмета моделирования *S*, обладающий в соответствии с целью моделирования подобными *S* характеристиками и способный тем самым замещать его в процессе их исследования.

Процесс моделирования представляет собой целенаправленное осознанное выделение и отражение человеком (*субъектом моделирования*) основных (существенных) характеристик исследуемого явления (*предмета моделирования* как объекта исследования) на выбранном формальном языке моделирования (*схема моделирования*) в соответствии с потребностями познания (*цель моделирования*). В результате научного моделирования исследуемого явления создаётся искусственный аналог предмета моделирования – его *модель* (Рисунок 1).

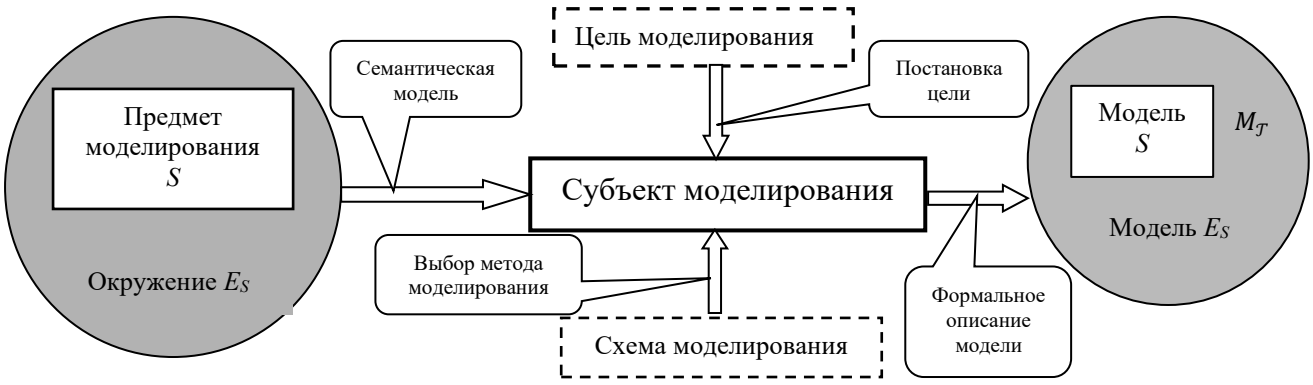


Рисунок 1

Предмет моделирования S – это специфицированная человеком реальная (материальная) или воображаемая (виртуальная – придуманная, искусственная) сущность - *S*. Предметом моделирования может быть реальный или виртуальный *объект*, *явление*, *процесс* или *система* в заданных реальных или воображаемых границах и условиях существования. Все, что остаётся за границами предмета моделирования, интерпретируется как его *окружение* или *внешняя среда* E_S — множество существующих вне предмета моделирования элементов любой природы, оказывающих влияние на его состояние. Для идентификации последовательности сменяющихся состояний их значения связываются со значениями особого фактора – *время* M_T.

Субъект моделирования – это исследователь (человек), осуществляющий целенаправленную спецификацию предмета моделирования для последующего анализа его характеристик.

Схема моделирования – формальный метод спецификации характеристик *S*, внешней среды E_S и времени M_T для построения модели M_S предмета моделирования *S*.

Семантическая модель

В общем случае исходной информацией для построения модели прототипа информационной системы или процесса служит их содержательное смысловое описание в форме эскизного проекта или технического задания, в основном на естественном языке, как средства цифровизации, переводящего бизнес-процессы и модели их взаимодействия с потребителем информации в цифровую форму. В

результате анализа полученного описания формируется представление о предмете моделирования S и его окружении. Эти представления служат основой для построения модели M_S и его окружения E_S в общем случае на естественном языке, которое в словесной форме описывает различные *факторы*[3], на основании которых можно сформулировать следующие представления об S и его окружении:

- характеристика предмета моделирования S как объекта исследования, цели и задачи исследования;
- важные свойства и связи между ними, характеризующие предмет моделирования как выделенную сущность;
- факторы взаимодействия S со своим окружением;
- факторы функционирования S во времени.

Не вдаваясь в подробное перечисление многочисленных определений семантических моделей, связанных с разработкой информационных систем, оговоримся, что в данном случае под *семантической моделью* будем понимать зафиксированные в словесной форме результаты анализа предметной области цифровизации, предназначенные для формирования прототипа информационной системы или процесса как объекта исследования и априорной оценки эксплуатационных характеристик.

Схемы моделирования

Особенностью семантической модели на естественном языке является смысловая многозначность слов (одни и те же слова могут использоваться в прямом и переносном смысле), синонимия, омонимия и т. п. Это делает семантические (словесные) модели *неоднозначными*. Чтобы освободить семантическую модель от неоднозначности, её необходимо *формализовать*.

Процесс формализации заключается в интерпретации семантической модели, используя для описания предмета моделирования S, внешней среды E_S и цели моделирования специальные формальные языки, которые называют *схемами*

[3] Фактор (лат. factor - делающий, производящий) – это существенное обстоятельство в каком-либо процессе, явлении, характеризующее движущую силу, причину какого-либо процесса, явления,.

моделирования. Использование выбранной схемы моделирования позволяет получить формальную модель M_S, однозначно интерпретируемую любым субъектом моделирования. Это открывает возможность применить для модели M_S формальные методы анализа, теоретически разработанные для выбранной схемы моделирования. Таким образом, при формализации словесной модели имеет место цепочка (Рисунок 2):

семантическая модель S → схема моделирования → формальная модель - M_S

Рисунок 2

Выбор схемы моделирования является важным этапом при переходе от словесного к формальному описанию предмета моделирования S и внешней среды E_S, так как она в значительной степени определяет её эффективность для практического использования. В то же время выбор и использование конкретных схем моделирования предполагает выполнение предварительного моделирования с использованием так называемой *схемы обобщённого агрегатного моделирования*.

АГРЕГАТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Агрегатное моделирование информационных систем — это подход к моделированию сложных систем, который основан на представлении предмета моделирования S в виде иерархического множества взаимодействующих путём обмена данными *агрегатов* – абстрактных преобразователях информации. Агрегаты используются для моделирования как физических, так и виртуальных объектов системы. Каждый агрегат обладает относительной автономностью, при этом информационно взаимодействует с другими агрегатами, обеспечивая общую цель функционирования системы.

Схема обобщённого агрегатного моделирования информационных системы S является методом формализации её нечёткой семантической модели и представления S в виде формальной модели $\mathcal{A}_S$, представленной иерархическим множеством агрегатов, взаимодействующих на своём уровне иерархии путём обмена данными.

Основные понятия агрегатного моделирования

Агрегат — это вся система или её элементарная часть, которая имеет свои входы, выходы, состояние и правила поведения. Агрегаты могут быть как *простыми*, так и *сложными*, состоящими из других агрегатов.

Состояние агрегата — набор *параметров,* которые характеризуют агрегат в определённый момент времени.

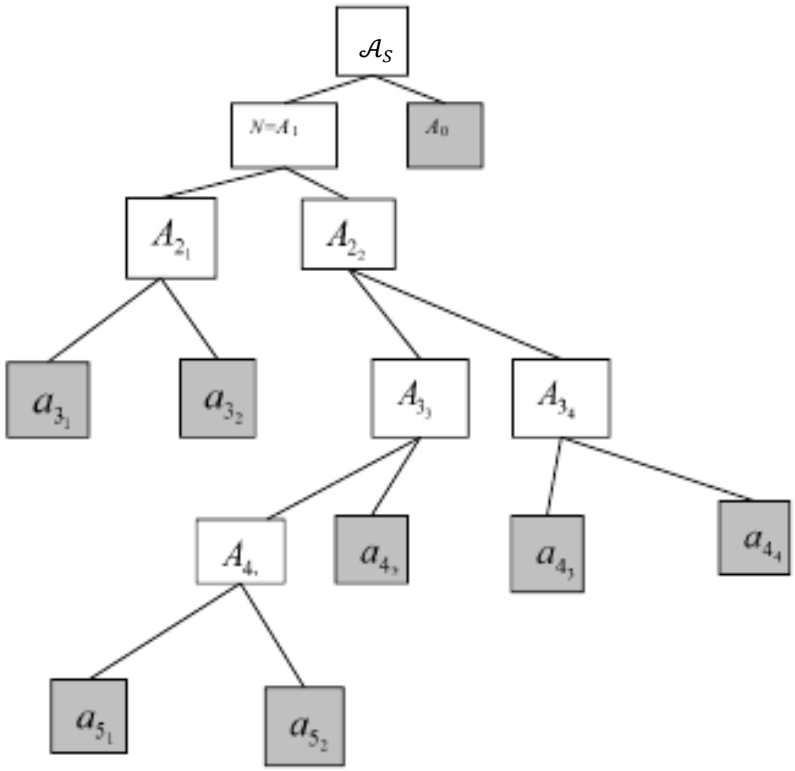
Взаимодействие агрегатов — обмен данными или сигналами между агрегатами, который определяет их совместное функционирование.

Агрегатная модель — это один простой агрегат или совокупность агрегатов и связей между ними, описывающая иерархическую структуру и поведение сложной системы.

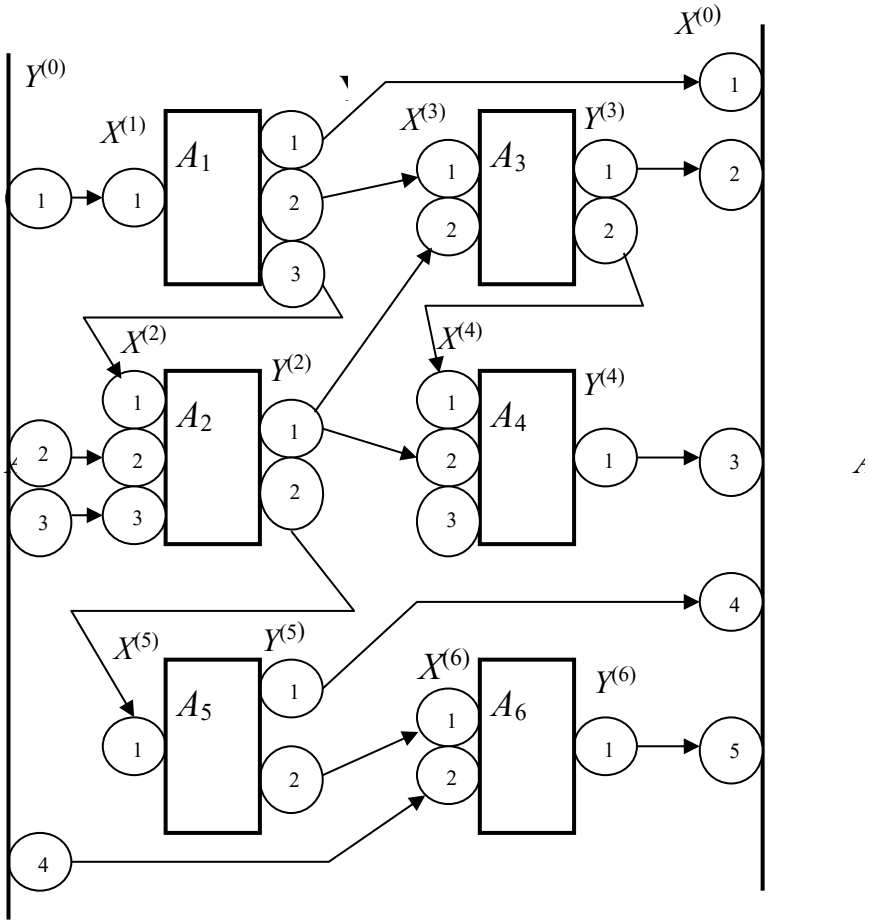
Этапы агрегатного моделирования и анализа

Агрегатное моделирование информационных систем предполагает выполнение следующих этапов.

1. Определение агрегатов:
   - Выделение компонентов и представление предмета моделирования в виде иерархического множества агрегатов:



   - Описание свойств, состояний, поведения и взаимодействие агрегатов на каждом уровне иерархии в виде схемы плоской агрегатной системы:



2. Установление связей:
   - Определение способов взаимодействия между агрегатами.
   - Описание входных и выходных данных для каждого агрегата.
3. Формализация модели:
   - Создание математических или алгоритмических (имитационных) моделей агрегатов.
   - Описание правил изменения состояний и взаимодействий агрегатов.
4. Эксперименты с моделью:
   - Проверка корректности модели и её соответствия реальной системе.
   - Использование результатов экспериментов с моделью для анализа характеристик поведения системы в различных условиях.
5. Анализ и оптимизация:
   - Оценка результатов моделирования и оптимизация параметров системы.
   - Внесение изменений в модель для улучшения характеристик системы.

Схема обобщённого моделирования простого агрегата

Схема обобщённого агрегатного моделирования концептуально рассматривает предмет моделирования S в целом, а также любую его составную часть как *сложный* (иерархический) или *простой* агрегат. Если агрегат является сложным, то он обозначается символом $\mathcal{A}$, и формально представляется множеством инкапсулированных в нём агрегатов нижнего уровня, взаимодействующих путём обмена данными. Если некоторый агрегат *не может быть представлен* в виде взаимодействующих агрегатов, то он называется *простым* и обозначается символом $\bar{\mathcal{A}}$. Простые агрегаты, в отличие от агрегатов верхних уровней, представляются множеством параметров, связанных заданными отношениями.

Схема обобщённого моделирования простого агрегата $\bar{\mathcal{A}}$ представляет его в виде пары моделей: $\bar{\mathcal{A}} = (M_{\bar{\mathcal{A}}}, E_{\bar{\mathcal{A}}})$, где модель $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ представляет агрегат $\bar{\mathcal{A}}$ в виде набора выделенных *параметров*, связанных между собой *абстрактными отношениями*, и модель $E_{\bar{\mathcal{A}}}$ – модель окружения агрегата $\bar{\mathcal{A}}$, в виде набора параметров агрегата, моделирующих внешние условия, в которых функционирует простой агрегат $\bar{\mathcal{A}}$.

Схема обобщённого моделирования простого агрегата определяет этапы и формализмы моделирования простого агрегата $\bar{\mathcal{A}}$, обеспечивающие переход от неоднозначной семантической модели предмета моделирования S к его формальной модели в виде простого агрегата $\bar{\mathcal{A}} = (M_{\bar{\mathcal{A}}}, E_{\bar{\mathcal{A}}})$.

Анализ и интерпретация параметров простого агрегата

Классы параметров

В соответствии с обобщённой схемой моделирования множество выделенных в семантической модели факторов (свойств) предмета моделирования S и его окружения E_S формально интерпретируется в простом агрегате $\bar{\mathcal{A}}$ как конечное множество абстрактных параметров $P_{\bar{\mathcal{A}}} = \{p_1, p_{2,} \dots, p_{N_{\mathcal{A}}}\}$, $N_{\bar{\mathcal{A}}}$ – количество параметров агрегата $\bar{\mathcal{A}}$. Различные параметры агрегата формализуют различные

по смыслу и предназначению выделяемые в семантической модели факторы предмета моделирования *S*. Например, одни параметры формализуют факторы, отражающие взаимодействие *S* с окружением E_S, другие - воспринимаемые *S* входные воздействия (данные, сигналы), третьи - факторы, выражающие внешне воспринимаемые показатели функционирования *S* (производительность, пропускная способность, время реакции на запросы и т.п.). Следовательно, множество $P_{\bar{\mathcal{A}}}$ является семантически неоднородным, и позволяет выделить в нем четыре класса параметров $P_{\bar{\mathcal{A}}} = H_{\bar{\mathcal{A}}} \cup V_{\bar{\mathcal{A}}} \cup X_{\bar{\mathcal{A}}} \cup Y_{\bar{\mathcal{A}}}$ (Рисунок 3):

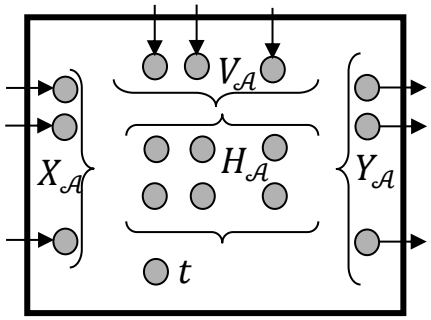


Рисунок 3 Классы параметров простого агрегата

- $H_{\bar{\mathcal{A}}} = \{h_1, h_2, \dots, h_{n_H}\}$ - *внутренние параметры* - набор параметров агрегата, формализующих собственные свойства *S*, n_H - количество внутренних параметров;
- $V_{\bar{\mathcal{A}}} = \{v_1, v_2, \dots, v_{n_V}\}$ – *внешние параметры* - набор параметров агрегата, формализующих факторы воздействия на *S* окружающей среды E_S, n_V - количество внешних параметров;
- $X_{\bar{\mathcal{A}}} = \{x_1, x_2, \dots, x_{n_X}\}$ - *входные параметры* - набор параметров агрегата, формализующих внешнее целенаправленное воздействие на *S*, не связанное с окружающей средой E_S, n_X - количество входных параметров;
- $Y_{\bar{\mathcal{A}}} = \{y_1, y_2, \dots, y_{n_Y}\}$ - *выходные параметры* - набор параметров агрегата, формализующих внешние характеристики поведения предмета моделирования *S* (*закон функционирования*), n_Y - количество выходных параметров;

- t - *параметр времени* - параметр, отражающий в агрегате используемую модель времени $M_{\mathcal{T}}$.

В процессе построения обобщённой агрегатной модели предмета моделирования S необходимо на основе анализа его семантической модели определить для каждого из выделенных параметров их множества возможных значений и способы их получения, а также определить множество *сигнатур* отношений, связывающих между собой параметры агрегата $\bar{\mathcal{A}}$, включая параметр времени t, которое обозначим - $\mathrm{R}_{\bar{\mathcal{A}}}\{X_{\bar{\mathcal{A}}}, V_{\bar{\mathcal{A}}}, H_{\bar{\mathcal{A}}}, Y_{\bar{\mathcal{A}}}, t\}$.

Интерпретация параметров

На основе анализа семантической модели осуществляется формальная интерпретация параметров множества $P_{\bar{\mathcal{A}}}$, устанавливающая для каждого из них следующие показатели:

1. Идентификация параметров (имя).
2. Значения параметров и способ их получения.
3. Зависимость параметров.
4. Управляемость параметров.
5. Внешние или внутренние параметры.
6. Зависимость параметра от времени.

Идентификация параметров

Формируемые в модели параметры должны быть идентифицированы, чтобы на них можно было однозначно ссылаться. Идентификатор параметра $p \in P_{\bar{\mathcal{A}}}$ интерпретируется как уникальное в модели имя параметра. Следует стремиться к тому, чтобы выбранное имя параметра отражало его семантику, делая формальную модель наглядной. Обобщённая схема моделирования не вводит конкретные правила идентификации имён параметров. Имена могут в дальнейшем изменяться в соответствии с требованиями конкретной выбранной схемы моделирования.

Формирование значений параметров

Каждый параметр может принимать значения, количественно или качественно выражающее характеризуемое параметром свойство моделируемого объекта. Ниже представлены виды значений, которые могут принимать параметры $p \in P_{\bar{\mathcal{A}}}$ (Рисунок 4).

Параметры могут отражать количественные или качественные характеристики *S*, они могут быть формально *непрерывными* или *дискретными*. Для выражения значений соответствующему параметру p определяется система измерений и задаётся *мера* (единица измерения), а также множество возможных значений Ω_p, т.е. для каждого $p \in P_{\bar{\mathcal{A}}}$: $z_p \in \Omega_p$, где z_p - значение параметра p.

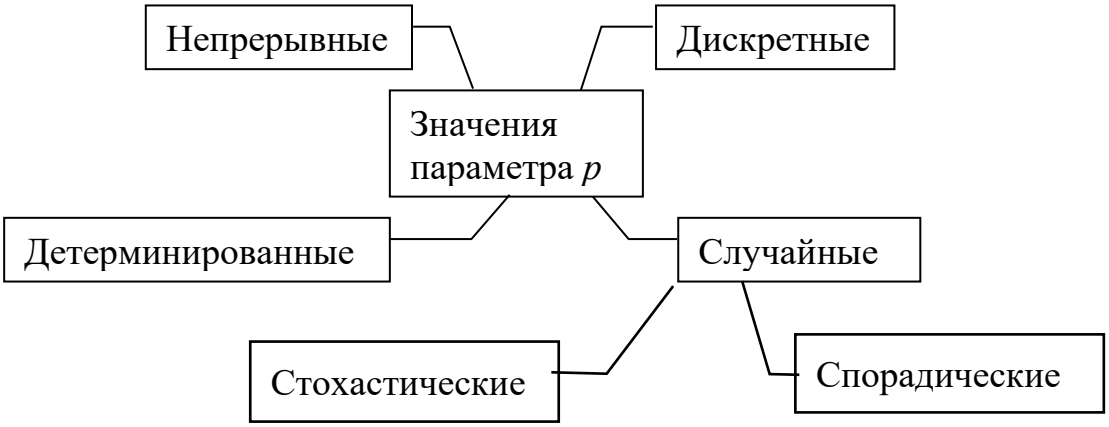


Рисунок 4 Значения параметров

Далее необходимо проинтерпретировать способ получения каждым параметром p своих значений z_p на множестве Ω_p. Если значение z_p параметра p выбирается априори однозначно на множестве Ω_p без учёта каких-либо случайных факторов, то p интерпретируются как *детерминированный* параметр.

Если параметр p апостериори получает случайные значения z_p на Ω_p, то такие параметры интерпретируются как *случайные*. По степени неопределённости принимаемых значений случайные параметры делятся на *стохастические* и *спорадические*.

Стохастические параметры характеризуются *законом распределения вероятностей* получения ими тех или иных значений z_p на Ω_p. При моделировании для задания значения стохастическому параметру необходимо воспользоваться *генератором случайных чисел*, формирующим случайные

значения в соответствии с заданным законом распределения вероятностей, например, как результат бросания игрального кубика.

Спорадические параметры также получают случайные значения, но с непредсказуемым законом распределения вероятностей. Спорадические параметры обычно отражают факторы предмета моделирования, связанные с контролируемыми событиями, возникающими с непредсказуемой вероятностью. Обычно, спорадические параметры отражают в модели возникновение аварийных ситуаций или событий, свидетельствующих об изменении режима функционирования предмета моделирования или его окружения. Спорадические параметры при моделировании либо меняют значения в соответствии с заданным правилом (условием) формирования случайных значений, либо интерпретируются как стохастические с заданным законом распределения вероятностей.

Зависимость параметров

Обобщённая схема моделирования предписывает разделение множества параметров $P_{\bar{A}}$ на *экзогенные*[4] (независимые), *эндогенные*[5] (зависимые).

Экзогенные параметры играют в обобщённой модели роль параметров, изменяющих свои значения в результате непосредственного присваивания значений, получаемых в соответствии с заданным законом их изменения во времени. В качестве экзогенных параметров предмета моделирования могут выступать параметры входных воздействий $x \in X_{\bar{A}}$, внешние параметры $v \in V_{\bar{A}}$ или внутренние параметры $h \in H_{\bar{A}}$. Особым экзогенным параметром является *параметр времени* t.

Если текущее значение параметра $p \in P_{\bar{A}}$ изменяются в зависимости от изменяющихся значений других параметров, то такой параметр называют *эндогенным* (зависимым или связанным). Эта зависимость в модели формально

[4] Экзогенность — буквально "внешнее происхождение" — свойство факторов модели, заключающееся в предопределённости, заданности их значений, независимости от функционирования моделируемой системы

[5] Эндогенность — буквально "внутреннее происхождение"— свойство факторов модели, заключающееся в том, что их значения определяются моделью.

выражается неким отношением, связывающим эндогенный параметр с другими параметрами. Например, выходные характеристики системы - $y \in Y_{\bar{A}}$, вычисленные на основе значений других параметров, будут эндогенными.

Внутренние и внешние параметры

На множестве всех параметров $P_{\bar{A}}$ выделяют также внутренние и внешние параметры. Параметры агрегата, значения которых не рассматриваются в качестве внешних характеристик агрегата, и используются сугубо для выражения внутреннего состояния агрегата $\bar{A}$, называются *интернальными* (внутренними) параметрами. И наоборот, параметры агрегата, составляющие множество его внешних характеристик, называются *экстернальными* (внешними). Интернальными или экстернальными параметрами могут быть как экзогенные, так и эндогенные параметры агрегата.

Управляемость параметров

В обобщённой схеме моделирования экзогенные параметры агрегата могут специфицироваться как *управляемые* - $U_{\bar{A}}$, *неуправляемые* - $\overline{U}_{\bar{A}}$, и *устанавливаемые* - $S_{\bar{A}}$.

Экзогенный параметр относится к *управляемым* - $p \in U_{\bar{A}}$, если его значение может варьироваться *субъектом* моделирования при проведении экспериментов с моделью. Например, управляемым параметром может быть интенсивность поступления заявок на обслуживание сервером, которая в течение эксперимента с моделью может варьироваться исследователем.

В случае, если субъект моделирования задаёт параметру p требуемое значение только перед проведением эксперимента, а после запуска эксперимента значение параметра p "вручную" не корректируется, то он специфицируется как *устанавливаемый* параметр - $p \in S_{\bar{A}}$. Например, перед проведением эксперимента можно изменить внутренние свойства предмета моделирования (объем внешней памяти системы или пропускную способность канала передачи данных), либо изменить свойства окружающей среды (например, интенсивность помех,

создаваемых в канале передачи данных), но в процессе эксперимента значения таких параметров остаются неизменными.

Если экзогенный параметр модели p специфицируется как *неуправляемый*, то это означает, что параметр $p \in \overline{U}_{\bar{\mathcal{A}}}$ доступен субъекту моделирования лишь для наблюдения значений, но изменять его значение либо не имеет смысла, либо не представляется возможным. В качестве неуправляемых экзогенных параметров часто выступают внешние факторы - параметры внешней среды (например, температура или давление атмосферы, интенсивность помех в канале связи) или внутренние параметры (например, объём памяти или производительность заданной вычислительной системы, размеры, плотность или масса моделируемого физического объекта).

Параметр времени

Эксперименты с моделью в общем случае преследуют цель исследования изменения состояния модели (параметров агрегата $M_{\bar{\mathcal{A}}}$) во времени. При этом время t не принадлежит множеству параметров агрегата $M_{\bar{\mathcal{A}}}$, а является *выходной характеристикой* другой модели - $M_{\mathcal{T}}$, называемой *моделью времени*. В процессе выполнения эксперимента с $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ модель времени изменяет значение текущего времени t, что служит основанием для изменения динамических или статических параметров модели $M_{\bar{\mathcal{A}}}$. В рамках модели времени $M_{\mathcal{T}}$ определена функция без параметров – $time()$, обращение к которой возвращает значение текущего времени.

Значения времени t используется для установления отношения порядка над изменяющимся в процессе эксперимента состояниями модели $M_{\bar{\mathcal{A}}}$.

Модели времени

Модель времени $M_{\mathcal{T}}(t_0, 1t)$ определяется двумя параметрами, характеризующими шкалу времени:

t_0 – начальное значение шкалы времени,

$1t$ – единица шкалы времени, теоретически равная интервалу непрерывного времени (*тик*), по истечении которого значение текущего времени t изменяется на 1.

Выбор способа спецификации величины тика $1t$ в модели времени $M_{\mathcal{T}}(t_0, 1t)$ позволяет задать три принципиально разных шкалы текущего времени t:

- Модель непрерывного времени - $M_{\mathcal{T}}(t_0, \delta t)$.
- Модель реального времени - $M_{\mathcal{T}}(t_0, \Delta t)$.
- Модель виртуального времени - $M_{\mathcal{T}}(t_0, \not\cong)$.

Модель непрерывного времени

Модель времени $M_{\mathcal{T}}(t_0, \delta t)$ определяет шкалу абстрактного *непрерывного* времени с тиком $1t = \delta t$ - бесконечно малая величина. Параметр времени t изменяет значение на упорядоченном непрерывном множестве значений времени $\mathcal{T}$, $t \in \mathcal{T} \subseteq R$ - множество вещественных чисел. Так как тик $1t$ является бесконечно малой величиной, то модель теоретически непрерывного времени является сугубо математической абстракцией. Модель непрерывного времени позволяет выражать в модели $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ зависимость от времени динамических параметров простого агрегата $\bar{\mathcal{A}}$ в дифференциальной форме.

Модель реального времени

Шкала модельного реального времени

Модель реального времени $M_{\mathcal{T}}(t_0, \Delta t)$ определяет дискретною шкалу модельного времени t с конечной протяжённостью тика Δt, теоретически задаваемой в непрерывном времени - $M_{\mathcal{T}}(t_0, \delta t)$. В отличие от непрерывного времени текущее значение реального времени t по истечении заданного интервала абстрактного непрерывного времени Δt изменяется скачкообразно на единицу: $t \overset{\Delta t}{\Leftarrow} t + 1$. В результате модельное реальное время t последовательно и монотонно принимает значения на дискретном упорядоченном множестве целых чисел $\mathcal{T} \equiv I_t \subset R$:

$t \in I_t = \{\ t_0,\ t_1 = t_0 + 1, \dots, t_i = t_0 + (i + 1), \dots\}$.

Целочисленные метки шкалы модельного реального времени t_i (отсчёты времени) обозначают моменты относительного времени с заданным началом отсчёта времени t_0. Обычно начало шкалы модельного реального времени принимается равным 0: $t_0 = 0$. В этом случае:
$t \in I_t = \{0,1,2, \dots, i, (i+1) \dots\}$.

Одномоментные события в реальном времени

В отличие от модели непрерывного времени, "моменты" часов реального времени имеют протяжённость, равную протяжённости тика Δt в абстрактном непрерывном времени. То есть, они не являются "мгновенными", а именно, параметр t реального времени сохраняет своё значение в течение интервала непрерывного времени Δt. Это приходится учитывать при выборе продолжительности тика в модели реального времени $M_{\mathcal{T}}(t_0, \Delta t)$. Если модель агрегата $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ при выполнении эксперимента не синхронизирована с параллельно выполняемой моделью реального времени $M_{\mathcal{T}}(t_0, \Delta t)$, то в течение тика Δt модель агрегата $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ может успеть изменить своё состояние более одного раза, и при этом каждое состояние будет помечено одной и той же меткой времени (текущим значением параметра t). И наоборот, если время формирования (вычисления) состояния агрегата $M_{\bar{\mathcal{A}}}$, начатое в очередной момент t, превышает интервал тика Δt, то при завершении формирования нового состояния параметр t уже изменит своё значение. В результате возникает неопределённость, к начальному или конечному значению параметра t следует отнести сформированное состояние. И в том, и в другом случае возникает так называемый "темпоральный прецедент" - модель $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ либо одномоментно прошла нескольких разных состояний (которые были помечены одним и тем же значением времени), либо изменение состояния $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ началось в один момент времени, а закончилось в другой (состояние изменилось не одномоментно). Для устранения темпоральных прецедентов необходимо либо уменьшать, либо увеличивать величину тика Δt модели реального времени.

Абсолютное время

На практике используемая в эксперименте с моделью агрегата $M_{\bar{A}}$ шкала модельного реального времени $M_{\mathcal{T}}(t_0, \Delta t)$ семантически ассоциируется со шкалой эталонного *абсолютного* времени. В качестве эталонных единиц абсолютного времени в модели могут использоваться единицы "календарного" времени: *век*, *год*, *месяц*, *неделя*, *сутки*; или *относительного суточного* времени: *часы*, *минуты*, *секунды, миллисекунды* и другие так, что не смотря на реальную протяжённость тика Δt, ему придаётся смысл выбранной в модели агрегата $M_{\bar{A}}$ эталонной единицы абсолютного времени, ассоциируемой с Δt.

Заметим однако и то, что при проведении вычислительного эксперимента с агрегатом $M_{\bar{A}}$ определение физической протяжённости тика Δt в модельном реальном времени $M_{\mathcal{T}}(t_0, \Delta t)$ осуществляется уже с использованием физических часов относительного времени. Как правило, реализуемое по умолчанию физическое значение Δt равно 1 секунде. Однако в процессе вычислительного эксперимента с моделью физическое значение Δt может варьироваться – увеличиваться или уменьшатся, изменяя темп проведения эксперимента в абсолютном времени, что и определяет в итоге темп проведения эксперимента.

Модель виртуального времени

Модели непрерывного - $M_{\mathcal{T}}(t_0, \delta t)$, и дискретного реального времени - $M_{\mathcal{T}}(t_0, \Delta t)$, обладают той особенностью, что позволяют в единицах времени оценивать величину интервала (протяжённость) времени между двумя известными моментами времени. Существуют, однако, схемы моделирования, в которых формируемые упорядоченные целочисленные значения параметра времени используются лишь как знаки для датирования упорядоченной последовательности спорадически изменяющихся дискретных состояний модели $M_{\bar{A}}$. При этом величина интервала времени между изменяющимися во времени состояниями модели $M_{\bar{A}}$ не имеет теоретического значения. В этом случае явно задавать протяжённость тика Δt в модели времени не имеет смысла. Достаточно при спорадическом переходе модели $M_{\bar{A}}$ в очередное состояние этот переход

"сосчитать". Такую модель времени называют моделью *виртуального* времени и обозначают - $M_{\mathcal{T}}(t_0, \cong)$. В данном случае символ $\cong$ [6] обозначает неопределённый по длительности фактически формируемый интервал времени между последовательно фиксируемыми спорадически изменяющимися состояниями модели $M_{\bar{\mathcal{A}}}$.

Как правило, практическое значение имеет виртуальная модель времени, когда $t_0 = 0$ и каждый раз для датирования очередного значения состояния текущее показание времени t просто увеличить на 1. Такую модель виртуального времени формально обозначают $M_{\mathcal{T}}(0, +1)$. Особенностью такой виртуальной модели времени является то, что она позволяет оценивать "протяжённость интервала" как *количество изменений состояния* модели $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ между указанными моментами виртуального времени: $\Delta_{ij} = j - i, j > i$.

Виртуализация реального времени

На практике необходимость виртуализация модели реального времени $M_{\mathcal{T}}(t_0, \Delta t)$ обуславливается двумя причинами. Во-первых, может оказаться так, что в процессе вычислительного эксперимента время пересчёта параметров модели для очередного изменения значения реального времени может превысить значение тика Δt. В этом случае показание реального времени изменяется не по событию истечения интервала времени Δt, а по событию завершения интервала пересчёта параметров модели - $\widetilde{\Delta t} > \Delta t$, т.е. практически $\Delta t \equiv \cong$ и это можно трактовать как темпоральный прецедент нарушения темпа реального времени. Во-вторых, при завершении интервала пересчёта параметров модели, если $\widetilde{\Delta t} \leq \Delta t$, время сразу изменяется на Δt, не дожидаясь завершения текущего тика. Формально это также является темпоральным прецедентом. Однако такая виртуализация реального времени, не нарушая адекватности модели, позволяет выполнять эксперименты с максимальной скоростью.

[6] Символ $\cong$ - равный фактически.

Динамические и статические модели

Анализ семантической модели предмета моделирования S может выявить изменяемость его состояния во времени, что приводит к необходимости установления в модели простого агрегата $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ связи изменяющихся во времени параметров $p \in P_{\bar{\mathcal{A}}}$ с параметром времени t. Формально эта связь выражается в том, что изменяющееся значение параметра времени $t = time()$ либо явно используются как аргумент процедуры вычислении значения параметра - $p(t)$, либо используется лишь для последовательной (временно́й) индексации сменяющихся значений параметра - p_t, устанавливая между ними отношение порядка следования. В зависимости от этого параметры делятся на *динамические* и *статические*.

Динамические параметры

Параметр $d \in P_{\bar{\mathcal{A}}}$, значение которого вычисляется для каждого текущего значения параметра времени t: $d(t) = F(t, \dots)$, называют *динамическим* параметром модели $M_{\bar{\mathcal{A}}}$. Очевидно, что для эндогенного параметра $\bar{d}$, связанного хотя бы с одним динамическим параметром, значения также опосредовано вычисляются для каждого текущего значения параметра времени t и, следовательно, такой эндогенный параметр является динамическим: $\bar{d} \equiv \bar{d}(t) = \bar{F}(d(t), \dots)$.

Примером динамического параметра может служить экзогенный параметр, который в $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ моделирует изменение во времени температуры физического объекта.

Статические параметры

Параметр $p_t \in P_{\bar{\mathcal{A}}}$, значение которого не зависит от времени параметра времени t, но может в течение времени спорадически изменяться в результате вычислений, выполненных в текущий момент времени по условию, называют *статическим* параметром.

Примером статического параметра модели $M_{\bar{A}}$ может служить параметр, значение которого специфицирует режим выполнения модели. Спорадическое изменение такого параметра в текущий момент времени определяется событием получения значения истинности предикатом, вычисленным над состоянием модели в этот момент времени.

Константы

Константа — это параметр $s \in P_{\bar{A}}$ агрегатной модели, который в течение всего времени выполнения эксперимента с моделью не может менять заданного значения. Заданная в модели $M_{\bar{A}}$ константа может быть либо *абсолютной*, например, масса электрона, скорость света; либо *установленной* – это заданное в агрегатной модели значение параметра s, которое не меняется до конца текущего эксперимента с моделью. Например, устанавливаемыми параметрами, которые в модели $M_{\bar{A}}$ - вычислительной системы, могут специфицироваться константами такие параметры как пропускная способность канала передачи данных, объём оперативной памяти, производительность процессора и т.п. Такие параметры являются параметрами настройки модели $M_{\bar{A}}$, исследуемой с заданными и неизменными значения этих параметров.

Динамические и статические модели

Если среди экстернальных параметров (*выходные характеристики*) $Y_{\bar{A}} \in P_{\bar{A}}$ присутствуют динамические параметры, то модель агрегата $M_{\bar{A}}$ называют *динамической моделью*.

Если все экстернальные параметры агрегатной модели - $Y_{\bar{A}}$, являются статическими, то $M_{\bar{A}}$ называют *статической моделью*. Статические модели характеризуют только возможную последовательную смену значений экстернальных параметров агрегата в виртуальном времени.

Нестационарная и стационарная динамическая модель

Нестационарность или стационарность – это возможное свойство динамической модели. Если экстернальные параметры динамической модели при

увеличении времени в пределе не стремятся к достижению устойчивых постоянных значений с заданной точностью, то такая динамическая модель называется *нестационарной*.

Если с некоторого момента времени значения экстернальных динамических параметров модели перестают зависеть от параметра времени (стабилизируются) и остаются неизменными во все последующие моменты времени, то в этом состоянии динамическая модель называется *стационарной*. Функционирование стационарной модели во времени характеризуется *установившимся режимом*, когда значениями экстернальных динамических параметров модели перестают зависеть от времени.

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ОБОБЩЁННОЙ МОДЕЛИ ПРОСТОГО АГРЕГАТА

В общем случае построение обобщённой модели простого агрегата $\bar{\mathcal{A}}$ завершается спецификацией выделенных параметров $p \in P_{\bar{\mathcal{A}}}$ с общей характеристикой получения во времени значений экзогенными параметрами и спецификацией для эндогенных параметров их связей с другими параметрами, которые используются для вычисления их значений. При этом конкретный вид процедур формирования значений параметров агрегата $\bar{\mathcal{A}}$ остаётся неопределённым, что не позволяет осуществлять реальные исследования с обобщённой моделью $M_{\bar{\mathcal{A}}}$. Интерпретация обобщённой модели простого агрегата $\bar{\mathcal{A}}$ преследует цель конкретизировать[7] специфицированные в общем виде абстрактные процедуры получения во времени каждым параметром $p \in P_{\bar{\mathcal{A}}}$ своих значений $z_p \in \Omega_p$ на множестве их допустимых значений.

Экзогенные и эндогенные параметры имеют разную природу формирования своих значения в модели $M_{\bar{\mathcal{A}}}$. Экзогенные параметры являются первичными параметрами агрегата $\bar{\mathcal{A}}$, характеризующими входные воздействия $x \in X_{\bar{\mathcal{A}}}$, внешние параметры $v \in V_{\bar{\mathcal{A}}}$ или внутренние параметры $h \in H_{\bar{\mathcal{A}}}$. Поэтому конкретизация процедуры получения значений экзогенным параметром p заключается в определении способа формирования во времени значений z_p на множестве его допустимых значений Ω_p.

В отличие от экзогенных, изменение в модели значений эндогенных параметров определяются абстрактными отношениями, заданными каждая сигнатурой $r(p_1, p_2, \cdots, p_{n_r})$, $p_i \in P_{\bar{\mathcal{A}}}$, n_r – количество параметров, с которыми эндогенный параметр непосредственно или опосредованно через другие эндогенные параметры связаны с экзогенными параметрами. Для получения

[7] **Конкретизация** — это процесс превращения абстрактных или общих понятий, идей или концепций в конкретные примеры или представления.

значений эндогенных параметров необходима конкретизация всех заданных в обобщённой агрегатной модели $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ сигнатур отношений.

Интерпретация отношения $r(p_1, p_2, \cdots, p_{n_r})$ заключается в указании способа вычисления значений эндогенного параметра в соответствии с отношением, заданным сигнатурой, связывающим его с другими параметрами агрегата $\bar{\mathcal{A}}$, а для динамических систем – ещё и с параметром времени.

Для удобства дальнейшей работы с формальным выражением отношений преобразуем представление классов параметров агрегата $\bar{\mathcal{A}}$ в векторную форму. Для этого отождествим выделенные ранее классы параметров модели $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ с векторами, компоненты которых представляют в векторе динамические или статические параметры классов абстрактно зависящие от времени или изменяющиеся во времени:

$X_{\bar{\mathcal{A}}} \equiv \vec{x}_{\bar{\mathcal{A}}} = \left(x_1(t), x_2(t), \dots x_{n_X}(t)\right)_{\bar{\mathcal{A}}}$ - вектор входных воздействий;

$V_{\bar{\mathcal{A}}} \equiv \vec{v}_{\bar{\mathcal{A}}} = \left(v_1(t), v_2(t), \dots v_{n_V}(t)\right)_{\bar{\mathcal{A}}}$ - вектор внешних факторов;

$H_{\bar{\mathcal{A}}} \equiv \vec{h}_{\bar{\mathcal{A}}} = \left(h_1(t), h_2(t), \dots, h_{n_H}(t),\right)_{\bar{\mathcal{A}}}$ – вектор внутренних параметров;

$Y_{\bar{\mathcal{A}}} \equiv \vec{y}_{\bar{\mathcal{A}}} = \left(y_1(t), y_2(t), \dots y_{n_Y}(t)\right)_{\bar{\mathcal{A}}}$ - вектор выходных характеристик.

Теперь множество всех параметров $P_{\bar{\mathcal{A}}}$ представим в виде абстрактного множества векторов параметров и параметра времени t: $P_{\bar{\mathcal{A}}} = \left\{\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, \vec{y}, t\right\}_{\bar{\mathcal{A}}}$.

Если динамическая модель имеет стационарное состояние, то в этом состоянии динамическая модель в общем случае становится статической. Если при этом допустить, что статические параметры модели являются константами, то параметр времени полностью теряет свою значимость, и в векторной форме множество параметров $P_{\bar{\mathcal{A}}}$ не уже содержит с параметра времени: $P_{\bar{\mathcal{A}}} = \left\{\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, \vec{y}\right\}_{\bar{\mathcal{A}}}$, где:

$\vec{x}_{\bar{\mathcal{A}}} = \left(x_1, x_2, \dots x_{n_X}\right)_{\bar{\mathcal{A}}}$;

$\vec{h}_{\bar{\mathcal{A}}} = \left(h_1, h_2, \dots h_{n_H}\right)_{\bar{\mathcal{A}}}$;

$$\vec{v}_{\bar{\mathcal{A}}} = \left(v_1, v_2, \dots v_{n_V}\right)_{\bar{\mathcal{A}}};$$

$$\vec{y}_{\bar{\mathcal{A}}} = \left(y_1, y_2, \dots y_{n_Y}\right)_{\bar{\mathcal{A}}}.$$

В этом случае модель $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ связывает абстрактными отношениями не изменяющиеся во времени значения параметров множества $P_{\bar{\mathcal{A}}}$. А в целом модель $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ устанавливает зависимость экстернальных параметров от экзогенных параметров.

Если теперь множество всех выделенных над параметрами простого агрегата $\bar{\mathcal{A}}$ отношений обозначить $R_{\bar{\mathcal{A}}}\{\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, \vec{y}, t\}$, $r\left(p_1, p_2, \cdots, p_{n_r}\right) \in R_{\bar{\mathcal{A}}}\{\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, \vec{y}, t\}$, то модель простого агрегата $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ можно формально представить в виде пары двух множеств: множества параметров $P_{\bar{\mathcal{A}}} = \{\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, \vec{y}, t\}_{\bar{\mathcal{A}}}$ и множества отношений между параметрами $R_{\bar{\mathcal{A}}}\{\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, \vec{y}, t\}$. Тогда формально модель простого агрегата $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ может быть представлена в следующей форме:

Динамическая модель:

$$\begin{Bmatrix} P_{\bar{\mathcal{A}}} = \{\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, \vec{y}, t\}_{\bar{\mathcal{A}}} \\ R_{\bar{\mathcal{A}}}\{\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, \vec{y}, t\} \end{Bmatrix},$$

Статическая модель:

$$\begin{Bmatrix} P_{\bar{\mathcal{A}}} = \{\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, \vec{y}, t\}_{\bar{\mathcal{A}}} \\ R_{\bar{\mathcal{A}}}\{\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, \vec{y}\} \end{Bmatrix}.$$

Стационарная модель:

$$\begin{Bmatrix} P_{\bar{\mathcal{A}}} = \{\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, \vec{y}\}_{\bar{\mathcal{A}}} \\ R_{\bar{\mathcal{A}}}\{\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, \vec{y}\} \end{Bmatrix}.$$

Для интерпретации отношений множества $R_{\bar{\mathcal{A}}}\{\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, \vec{y}, t\}$ они должны быть выражены на языке выбранной для интерпретации отношений схемы моделирования (интерпретации отношений). Формальная схема интерпретации отношений над параметрами может иметь функциональную или автоматную форму и выражаться:

- аналитически[8],
- графически,
- таблично,
- алгоритмически.

Функциональная интерпретация отношений

Если в динамической или статической модели простого агрегата $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ множество отношений $R_{\bar{\mathcal{A}}}\{\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, \vec{y}, t\}$ выражается множеством функциональных зависимостей вектора *выходных характеристик* $\vec{y}_{\bar{\mathcal{A}}}(t)$ от остальных параметров, то формально это представляется в виде:

$$R_{\bar{\mathcal{A}}}\{\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, \vec{y}, t\} \Longrightarrow \vec{y}_{\bar{\mathcal{A}}}(t) = \vec{F}_{\bar{\mathcal{A}}}(\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, t),$$

здесь $\vec{F}_{\bar{\mathcal{A}}}$ - абстрактный векторный оператор, преобразующий значения векторных переменных множества $\{\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, t\}$ в экстернальные выходные характеристики $\vec{y}_{\bar{\mathcal{A}}}(t)$. Оператор $\vec{F}_{\bar{\mathcal{A}}}$ называют *законом функционирования* $\bar{\mathcal{A}}$, а зависимость вектора выходных характеристик $\vec{y}_{\mathcal{A}}(t)$ от времени, называют *выходной траекторией* агрегата $\bar{\mathcal{A}}$.

Если модель агрегата $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ имеет стационарное состояние, то в этом состоянии отношения $R_{\bar{\mathcal{A}}}\{\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, \vec{y}\}$ не включают параметра времени. В связи с этим в стационарном состоянии функциональная форма модели $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ выражается абстрактным векторным *отображением* $\vec{f}_{\bar{\mathcal{A}}}$:

$$R_{\bar{\mathcal{A}}}\{\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, \vec{y}\} \Longrightarrow \vec{y}_{\bar{\mathcal{A}}} = \vec{f}_{\bar{\mathcal{A}}}(\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}).$$

Агрегатная модель $M_{\bar{\mathcal{A}}}$, выражающая в стационарном состоянии выходные характеристики (закон функционирования агрегата) в форме векторного отображения $\vec{f}_{\bar{\mathcal{A}}}$, называется *функциональной моделью*.

---

[8] Аналитическая модель — это вид модели, устанавливающей отношения между параметрами в форме математических выражений, и позволяющей исследовать или оценивать те или иные свойства моделируемого объекта.

Автоматная интерпретация отношений

Для моделируемых систем S может оказаться так, что в агрегатной модели $M_{\bar{\mathcal{A}}}$ появляются выходные характеристики $\vec{y}_{\bar{\mathcal{A}}}$, изменение которых во времени определяется не только текущими, но и предыдущими значениями параметров $P_{\bar{\mathcal{A}}}$ (предыстории), включая, возможно, и предыдущие значения самих выходных характеристик $\vec{y}_{\bar{\mathcal{A}}}$. В этом случае выразить закон функционирования агрегата $\bar{\mathcal{A}}$ в виде абстрактного оператора $\vec{F}_{\bar{\mathcal{A}}}$ нельзя. Для учёта влияния предыстории на формирование значений выходных характеристик агрегата $\bar{\mathcal{A}}$, вводится их зависимость от изменяющегося во времени абстрактного *состояния* $\vec{Z}_{\bar{\mathcal{A}}}(t)$ агрегата $\bar{\mathcal{A}}$. В результате процесс функционирование $\bar{\mathcal{A}}$ рассматривается как последовательная смена во времени состояний $\vec{Z}_{\bar{\mathcal{A}}}(t)$ и формирование выходных характеристик $\vec{y}_{\bar{\mathcal{A}}}$ с учётом текущего состояния. Такие отношения называются *автоматными*.

Рассмотрим общий порядок формирования во времени значений параметров агрегата $\bar{\mathcal{A}}$ абстрактным автоматным отношением. Обозначим состояние агрегата $\bar{\mathcal{A}}$ в текущий момент времени в виде абстрактного вектора значений всех параметров модели в момент времени t:

$$\vec{Z}_{\bar{\mathcal{A}}}(t) = \langle p_1(t), p_2(t), \dots, p_{N_{\bar{\mathcal{A}}}}(t) \rangle,$$

$N_{\bar{\mathcal{A}}}$ количество всех параметров агрегата $\bar{\mathcal{A}}$.

Обозначим Ω_i *множество* всех возможных значений параметра p_i. Декартово произведение $\Omega_Z = \Omega_1 \times \Omega_2 \times \dots \times \Omega_{N_{\bar{\mathcal{A}}}}$ образует $N_{\bar{\mathcal{A}}}$-мерное пространство состояний, тогда $\vec{Z}_{\bar{\mathcal{A}}}(t) \in \Omega_Z$. Если теперь дополнить пространство состояний Ω_Z значениями параметра времени $t \in \mathcal{T}$, построив пространство $\mathcal{T} \times \Omega_Z$, точками которого будут упорядоченные по параметру времени пары $\left(t, \vec{Z}_{\bar{\mathcal{A}}}\right) \in \mathcal{T} \times \Omega_Z$, то такое пространство будет $(N_{\bar{\mathcal{A}}} + 1)$-мерным *фазовым пространством состояний* агрегата $\bar{\mathcal{A}}$. Тогда поведение $\bar{\mathcal{A}}$ можно интерпретировать как последовательную смену во времени состояний $\vec{Z}_{\bar{\mathcal{A}}}$ в $(N_{\bar{\mathcal{A}}} + 1)$-мерном фазовом пространстве $\mathcal{T} \times \Omega_Z$. Так как параметры агрегата $\bar{\mathcal{A}}$

связаны отношениями $R_{\bar{\mathcal{A}}}$, то изменяющиеся во времени состояния будут принадлежать подмножеству состояний агрегата, т.е. $\vec{Z}_{\bar{\mathcal{A}}}(t) \in \Omega_{R_{\bar{\mathcal{A}}}} \subseteq \Omega_Z$. Отражение поведения во времени агрегата $\bar{\mathcal{A}}$ в подпространстве $\mathcal{T} \times \Omega_{R_{\bar{\mathcal{A}}}}$ называется *фазовой траектория*.

Интерпретация изменения состояний $\vec{Z}_{\bar{\mathcal{A}}}(t)$ во времени основывается на том, что в начальный момент времени t_0 состояние агрегата $\vec{Z}^0_{\bar{\mathcal{A}}} \equiv \vec{Z}_{\bar{\mathcal{A}}}(t_0)$ задано, а состояние агрегата $\vec{Z}_{\bar{\mathcal{A}}}(t)$ в момент времени $t > t_0$ полностью определяется его начальным состоянием $\vec{Z}^0_{\bar{\mathcal{A}}}$, входными воздействиями $\vec{x}_{\bar{\mathcal{A}}}(t)$, внутренними параметрами $\vec{h}_{\bar{\mathcal{A}}}(t)$, воздействиями внешней среды $\vec{v}_{\bar{\mathcal{A}}}(t)$ и выходными характеристиками $\vec{y}_{\bar{\mathcal{A}}}(t)$, которые имели место на интервале времени [t_0,t], и вычисляется оператором:

$$\vec{Z}_{\bar{\mathcal{A}}} \equiv \vec{Z}_{\bar{\mathcal{A}}}(t) = \Phi\left(\vec{Z}^0_{\bar{\mathcal{A}}}, \vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, \vec{y}, t\right),$$

а выходные параметры $\vec{y}_{\bar{\mathcal{A}}}$ вычисляются оператором преобразования текущего состояния агрегата $\vec{Z}_{\bar{\mathcal{A}}}(t)$ в вектор выходных характеристик:

$$\vec{y}_{\bar{\mathcal{A}}} = \vec{F}_Z\left(\vec{Z}_{\bar{\mathcal{A}}}\right).$$

Первый оператор по начальному состоянию $\vec{Z}^0_{\bar{\mathcal{A}}}$ и значениям параметров агрегата $\bar{\mathcal{A}}$ формирует в момент времени t состояние $\vec{Z}_{\bar{\mathcal{A}}}(t)$, а второй - по полученному состоянию $\vec{Z}_{\bar{\mathcal{A}}}(t)$ формирует в момент времени t выходные характеристики $\vec{y}_{\bar{\mathcal{A}}}(t)$.

Агрегатная модель $M_{\bar{\mathcal{A}}}$, выражающая в текущий момент времени t выходные характеристики агрегата $\bar{\mathcal{A}}$ в форме оператора $\vec{F}_Z$ над состоянием $\vec{Z}_{\bar{\mathcal{A}}}$ в фазовом подпространстве $\mathcal{T} \times \Omega_{R_{\bar{\mathcal{A}}}}$, называется *автоматной моделью*.

Математические схемы

Обобщённая схема моделирования простого агрегата $\bar{\mathcal{A}}$ в самом общем виде специфицирует способ получения значений экзогенными параметрами, и отношения между параметрами агрегата $\bar{\mathcal{A}}$, формально выражая в виде сигнатур лишь сам факт их наличия. В таком виде обобщённая агрегатная модель не

пригодна для исследования, пока не будут явно определено получение экзогенными параметрами своих значений, а также отношения между параметрами не будут явно выражены в виде, позволяющим осуществлять вычисление значений эндогенных параметров агрегата $\bar{\mathcal{A}}$. Для этого могут использоваться так называемые *математические схемы*, в результате применения которых, для интерпретации абстрактных отношений, обобщённая модель простого агрегата преобразуется в модель, пригодную для практического анализа (экспериментирования) и получения конкретных результатов оценки характеристик агрегата $\bar{\mathcal{A}}$. Получаемая в результате формальная модель агрегата $\bar{\mathcal{A}}$ называется *математической моделью*.

Понятие «*математическая схема*» следует рассматривать как конкретный математический аппарат (математическая теория, метод), применяемый для моделирования параметров и интерпретации отношений между параметрами в полученной обобщённой модели.

Всё многообразие существующих математических схем, разработанных для построения математических моделей, можно разбить на классы *типовых математических схем*. Различия между типовыми математическими схемами выражаются в интерпретации параметров модели (непрерывные, дискретные, детерминированные, стохастические), в использовании разных моделей времени (непрерывное, реальное, виртуальное), в зависимости параметров модели от параметра времени (динамические, статические, стационарные), в способах выражения отношений между параметрами модели (функциональные, автоматные), а как следствие в предлагаемых методах исследования и анализа результатов (аналитические или вычисленные методы). В соответствии с указанными признаками существует следующая классификация типовых математических схем и соответствующих видов математических моделей:

- *D*-схемы - непрерывно-детерминированные модели;
- *F*-схемы - дискретно-событийные детерминированные модели;
- *P*-схемы - дискретно-событийные стохастические модели;
- *Q*-схемы - непрерывные событийно-стохастические модели.

Все перечисленные типовые математические схемы могут использоваться на практике для моделирования как отдельных компонентов информационной системы, так и системы в целом. Теоретические основы и особенности применения каждой из перечисленных математических схем для моделирования и исследования характеристик разрабатываемых информационных систем или их компонентов являются предметом дальнейшего рассмотрения.

ФОРМЫ И ВИДЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С АГРЕГАТНОЙ МОДЕЛЬЮ

Аналитическая форма

Разработанная агрегатная модель $\bar{\mathcal{A}}$ моделируемой системы в целом или её отдельных компонентов в итоге становится предметом исследования её характеристик путём проведения экспериментов с моделью. Если агрегатная модель представлена в аналитическом виде (в форме математической модели), то "эксперименты" с такой моделью выражаются в виде нахождения искомых решений в аналитическом виде. Аналитическая форма решения как результат "эксперимента" с математической моделью — это математические выражения искомых характеристик, полученные с использованием соответствующих математических теорий, в рамках которых разработаны формальные методы математического анализа характеристик модели. Результаты экспериментов с математической моделью, полученные в аналитической виде, формально выражают зависимость исследуемых характеристик предмета моделирования с параметрами модели. Это позволяет использовать соответствующие теоретические методы математического анализа для их максимально полного исследования.

Численная форма

Зачастую на практике реализовать эксперименты с математической моделью в аналитическом виде удаётся лишь тогда, когда модель построена со значительными допущениями, позволяющими находить решения в "удобной" для

исследования аналитической форме. Однако, чем сложнее сама модель и представленные в ней отношения между параметрами, тем меньше шансов аналитического представления результатов эксперимента с математической моделью. Тогда приходится прибегать к численным методам нахождения зависимостей исследуемых характеристик предмета моделирования от параметров модели, и их представления в численной форме (в табличном или графическом виде). В этом случае аналитическая модель преобразуется к форме численной модели, предназначенной для применения методов нахождения исследуемых характеристик в численном виде путём выполнения над численной моделью вычислительных экспериментов.

Принципиальной особенностью использования для исследования модели в численной форме является необходимость предварительной оценки её качества, а именно – адекватности и точности численного представления искомых характеристик, зависящей как от методической погрешности используемых численных методов, так и от вычислительной погрешности применяемого вычислительного устройства. Поэтому численная агрегатная модель, прежде чем вычислительные эксперименты с ней станут инструментом для исследования и решения поставленной задачи, подвергается экспериментам, проводимых с целью доказательства её адекватности и точности представления искомых результатов.

Эксперименты по валидации модели

Цель экспериментов - проверка адекватности и точности модели.

Методы:

– Сравнение полученных на модели в заданных условиях экспериментальных результатов с априори известными теоретическими или реальными данными.

Эксперименты по калибровке модели

Цель экспериментов - настройка параметров модели для лучшего соответствия известным теоретическим или реальным данным.

Методы:

– Итеративная настройка параметров для улучшения точности модели.

Эксперименты по чувствительности

Цель экспериментов - изучение того, насколько существенно изменяющиеся параметры модели влияют на исследуемые характеристики модели.

Методы:

– Постепенное варьирование ключевыми параметрами модели и наблюдение за изменениями в выходных характеристиках.
– Использование методов анализа чувствительности, чтобы определить, какие параметры оказывают наиболее существенное влияние на выходные характеристики.

Эксперименты по оптимизации

Цель экспериментов - нахождение оптимальных значений параметров модели для достижения заданных характеристик её поведения.

Методы:

– Использование методов оптимизации (например, градиентный спуск, генетические алгоритмы) для настройки параметров модели.
– Поиск оптимальных значений параметров, которые минимизируют или максимизируют зависящую от них целевую функцию модели.

Эксперименты по сценариям

Цель экспериментов - исследование возможных сценариев изменения условий взаимодействия модели со своим окружением.

Методы:

– Моделирование различных сценариев взаимодействия модели со своим окружением.
– Анализ последствий и формулировка ограничений модели.

Эксперименты по масштабированию

Цель экспериментов - изучение поведения модели при изменении масштаба данных или ресурсов системы.

Методы:

- Увеличение или уменьшение ресурсов системы (памяти, производительности и т.п.), чтобы проверить, как модель справляется с масштабированием.
- Проверка устойчивости модели к большим или малым объёмам нагрузочных данных.

Только после того, как адекватность и практическая значимость получаемых на модели результатов оценена, она становится инструментом для получения и исследования на модели искомых выходных характеристик $Y_{\bar{\mathcal{A}}}$ агрегата $\bar{\mathcal{A}}$ в соответствии с целью исследования.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Сложные системы

В общем случае применение схемы обобщённого моделирования простого агрегата не реализуема для сложных информационных систем или процессов. Если предмет моделирования S объективно сложный, то согласно теории сложных систем его нельзя адекватно представить в виде простого агрегата $\bar{A}$, выражающего только параметры предмета моделирования S и функциональные или автоматные отношения между ними. Сложная система характеризуется тремя дополнительными системными свойствами, требующими также отражения и формального описания в модели M_S:

– *структурность*: система должна рассматриваться как целостность взаимосвязанных и взаимодействующих между собой информационных объектов, а способы реализации связей и взаимодействия между объектами требуют дополнительной интерпретации;

– *иерархичность*: сложная система имеет многоуровневую структуру, в которой информационные объекты верхних уровней представляются виде структуры взаимосвязанных информационных объектов нижних уровней;

– *сложная функциональность*: информационная система в целом (её представление на самом верхнем уровне) и каждый информационный объект в отдельности на своём уровне иерархии характеризуется *локальной целью* функционирования, набором параметров и выходных характеристик, и связывающих их отношений.

Из этого следует, что принципиальная и существенная часть формализации семантических моделей сложных информационных систем и процессов связана с их *структурным* представления в виде параллельно функционирующих и взаимодействующих между собой информационных объектов. Формализация предмета моделирования S в общем случае предполагает формирование различных иерархически связанных уровней рассмотрения S со своей структурой и целями функционирования.

Моделирование сложной системы S предполагает использование специальных формальных схем описания структуры S и взаимодействия её объектов на различных уровнях иерархии. Если какой-либо информационный объект текущего уровня сам оказывается сложным, то в свою очередь он подвергается декомпозиции, формируя объекты очередного нижестоящего уровня иерархии системы. Процесс декомпозиции S и последовательное формирование уровней иерархии осуществляется до тех пор, пока не будет сформирован уровень "простых агрегатов", для описания которых уже можно применить обобщённую схему моделирования простого агрегата $\bar{\mathcal{A}}$, взаимодействующего со своим окружением $E_{\bar{\mathcal{A}}}$.

Подход к моделированию, когда предмет моделирования S рассматривается как сложная система, имеющая в общем случае иерархическую структуру *взаимодействующих* составных частей, называют *обобщённым моделированием*, а формируемые модели M_S *– сложными моделями*.

В качестве подходов к моделированию структуры и взаимодействия объектов сложных информационных систем и процессов используются три вида концептуальных схем моделирования сложных систем:

- агрегатное моделирование (U-схемы),
- агентное моделирование (A-схемы),
- гибридное моделирование.

Агрегатное моделирование (U-схемы)

Используемые при *агрегатном моделировании* U-схемы интерпретируют предмет моделирования S в виде многоуровневой конструкции, где элементы каждого уровня иерархии (кроме базового) инкапсулируют множество жёстко связанных взаимодействующих абстрактных агрегатов (*unit*) нижних уровней: устройства, узлы, блоки и т.п. При агрегатном моделировании предмет моделирования S рассматривается как *агрегатная система*, в которой все локальные цели элементов подчинены общим целям функционирования системы в целом и не имеют самостоятельного значения в отрыве от системы. Динамика

функционирования агрегатной системы определяется глобальными правилами и законами функционирования жёстко связанных элементов. Схемы агрегатного моделирование позволяют при моделировании информационных систем наиболее полно выразить в модели состав и специфику информационных процессов, как абстрактных преобразователей информации, на всех уровнях рассмотрения.

Агентное моделирование (A-схемы)

Схемы агентного моделирования (*A*-схемы) рассматривают предмет моделирования *S* как децентрализованную систему, динамика функционирования которой определяется не глобальными правилами и законами функционирования жёстко связанных элементов, а наоборот, глобальные правила и законы функционирования системы *S* в целом являются результатом индивидуальной активности её децентрализованных объектов (*агентов*). В отличие от агрегатного моделирования в агентных моделях связи между функционирующими агентами априори не устанавливаются, а формируются динамически по мере возникновения потребности у одних агентов осуществить взаимодействие с другими агентами (ситуативные связи). Если потребность во взаимодействии у агентов теряется, то связи разрушаются, и агенты продолжают действовать независимо. Поведение каждого агента, в общем случае, подчиняется своим собственным целям функционирования, а цель агентных моделей – получить представление об общем поведении системы, исходя из предположений об их индивидуальном, частном поведении её отдельных активных объектов и способах временного установления связей для взаимодействия этих объектов в системе. По структуре агентные модели, как и агрегатные, могут быть иерархическими.

Гибридное моделирование

Если при моделировании структуры сложной системы возникает необходимость на разных уровнях её иерархии использовать как *U*-схемы агрегатного моделирования, так и *A*-схемы агентного моделирования, то в этом случае говорят о *гибридном моделировании* и *гибридных* моделях.

Основным способом моделирования иерархической структуры сложных информационных систем и анализа их эксплуатационных характеристик является *имитационное моделирование*. Это метод моделирования, при котором информационная система или процесс представляются виртуальной (компьютерной) моделью, с необходимой точностью описывающей структуру, взаимодействие и функционирование элементов реальной системы, а для получения и анализа эксплуатационных характеристик, с виртуальной моделью проводятся на компьютерах вычислительные эксперименты.